PART2 二項分布の期待値，分散，標準偏差

要点① 二項分布の期待値，分散，標準偏差

1回の試行で事象 A が起こる確率が p である試行を n 回繰り返す反復試行において，事象 A が起こる回数を X とすると，X は二項分布　　　　に従う。この二項分布の期待値，分散を求める。

1回目，2回目，……，n 回目に

事象 A が起これば　，起こらなければ

の値をとる確率変数をそれぞれ X_1，X_2，……，X_n とすると，

$X=$

と表される。よって，X の期待値は

$$E(X)=E(X_1+X_2+\cdots\cdots+X_n)=E(X_1)+E(X_2)+\cdots\cdots+E(X_n)$$

ここで，確率変数 X_k $(k=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ n)$の確率分布は右の表のようになる。ただし，$p+q=1$ である。よって，

X_k	0	1	計
P	q	p	1

$$E(X_k)=0\cdot q+1\cdot p=$$

である。

したがって，X の期待値は

$$E(X)=E(X_1)+E(X_2)+\cdots\cdots+E(X_n)=\quad+\quad+\cdots\cdots+\quad=$$

また，確率変数 X_1，X_2，……，X_n は互いに独立であるから，X の分散は

$$V(X)=V(X_1+X_2+\cdots\cdots+X_n)=V(X_1)+V(X_2)+\cdots\cdots+V(X_n)$$

$E(X_k{}^2)=0^2\cdot q+1^2\cdot p=$　より

$$V(X_k)=E(X_k{}^2)-\{E(X_k)\}^2=\quad-\quad{}^2=p(1-p)=$$

よって，X の分散は

$$V(X)=V(X_1)+V(X_2)+\cdots\cdots+V(X_n)=\quad+\quad+\cdots\cdots+\quad=$$

以上より，次のことが成り立つ。

二項分布の期待値 , 分散 , 標準偏差

確率変数 X が二項分布 $B(n,\ p)$ に従うとき，$q=1-p$ とすると

期待値 $E(X)=np$,　　分散 $V(X)=npq$,　　標準偏差 $\sigma(X)=\sqrt{npq}$

例　1 枚の硬貨を 10 回投げるとき，表が出る回数を X とする。X の期待値と標準偏差を求める。

X は二項分布　　　　に従うので

期待値 $E(X)=$　　　$=5$

分散 $V(X)=$　　　　　　$=\dfrac{5}{2}$

標準偏差 $\sigma(X)=$　　$=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$

2 1個のさいころを300回投げるとき，6の目が出る回数を X とする。

(1) X の期待値を求めよ。

(2) X の分散を求めよ。

(3) X の標準偏差を求めよ。

Point Pickup

二項分布の期待値，分散，標準偏差

確率変数 X が二項分布 $B(n,\ p)$ に従うとき，$q=1-p$ とすると

期待値　$E(X)=np$

分散　$V(X)=npq$

標準偏差　$\sigma(X)=\sqrt{npq}$

第 8 講　PART2 確認問題

1　1個のさいころを400回投げるとき，偶数の目が出る回数を X とする。次の問いに答えよ。

(1)　X の期待値を求めよ。答えは，下の①～④のうちから選べ。

$E(X)=$ ア

①　50　　②　100
③　200　　④　400

(2)　X の分散と標準偏差を求めよ。答えは，下の①～⑨のうちから選べ。

$V(X)=$ イ ，$\sigma(X)=$ ウ

①　5　　②　10　　③　20
④　25　　⑤　50　　⑥　100
⑦　200　　⑧　400　　⑨　1600

PART2 二項分布の期待値，分散，標準偏差

2 1個のさいころを300回投げるとき，6の目が出る回数を X とする。

(1) X の期待値を求めよ。

(2) X の分散を求めよ。

(3) X の標準偏差を求めよ。

[解答]

X は二項分布 $B\left(300,\ \dfrac{1}{6}\right)$ に従う。

(1) $E(X)=300\cdot\dfrac{1}{6}=50$

(2) $V(X)=300\cdot\dfrac{1}{6}\cdot\left(1-\dfrac{1}{6}\right)=\dfrac{125}{3}$

(3) $\sigma(X)=\sqrt{\dfrac{125}{3}}=\dfrac{5\sqrt{15}}{3}$

第 8 講　PART2 確認問題 解答

1

(1)　**[正解]** ア：③

[解説]

さいころを1回投げて偶数の目が出る確率は

$$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

この試行を400回繰り返すから，X は二項分布

$B\left(400,\ \frac{1}{2}\right)$ に従う。

よって

$$E(X)=400\cdot\frac{1}{2}=\mathbf{200}$$ [A]

> [A]　確率変数 X が二項分布 $B(n,\ p)$ に従うとき
> 　期待値　$E(X)=np$

(2)　**[正解]** イ：⑥，ウ：②

[解説]

X は二項分布 $B\left(400,\ \frac{1}{2}\right)$ に従う。

よって

$$V(X)=400\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(1-\frac{1}{2}\right)=\mathbf{100}$$ [B]

$$\sigma(X)=\sqrt{100}=\mathbf{10}$$

> [B]　確率変数 X が二項分布 $B(n,\ p)$ に従うとき，$q=1-p$ とすると
> 　分散　$V(X)=npq$
> 　標準偏差　$\sigma(X)=\sqrt{npq}$